

RIYAZİYYATIN TƏDRİSİ METODİKASI
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ
METHODS OF TEACHING MATHEMATICS

UOT 372.851

KOMPLEKS ƏDƏDLƏR VƏ ONLARIN BƏZİ TEXNİKİ MƏSƏLƏLƏRƏ
TƏTBİQLƏRİ

Firidun Osman oğlu Məmmədov

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru,

Azərbaycan Texniki Universitetinin dosenti

ORCID: 0009-0003-6197-6832

E-mail: mfo.aztu@gmail.com

Mehman Ələkbər oğlu Şahverdiyev

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru,

Azərbaycan Texniki Universitetinin dosenti

ORCID: 0009-0000-1151-0880

E-mail: mehman.sahverdiyev@bk.ru

Rəfayıl Əli oğlu Əhmədov

Azərbaycan Texniki Universitetinin baş müəllimi

ORCID: 0009-0006-9212-5573

E-mail: ahmedovrafael@gmail.com

Açar sözlər: kompleks ədəd, həqiqi hissə, xəyali hissə, xəyali vahid, kompleks müstəvi, gərginlik, müqavimət, dəyişən cərəyan, Matlab proqram paketi.

Ключевые слова: комплексные числа, вещественная часть, мнимая часть, мнимая единица, комплексная плоскость, напряжение, сопротивление, переменный ток, пакет программ Matlab.

Key words: complex number, real part, imaginary part, the imaginary unit, complex plane, voltage, resistance, Matlab software package.

Müasir zamanda kompleks ədədlər elm və texnikada geniş tətbiqə malikdirlər. Bunun üçün elektrotexnika, radiotexnika, təyyarəqayırma, elastiklik nəzəriyyəsi, kompüter proqramlaşdırma, iqtisadiyyat və s. oblastları, eləcə də riyaziyyatın öz tələbatı sahəsini söyləmək kifayətdir.

x və y həqiqi ədədləri vasitəsilə təyin olunan $z = x + iy$ şəklində ifadəyə kompleks ədəd deyilir, burada i “xəyali vahid” adlanır və $i^2 = -1$ kimi təyin edilir. Kompleks ədədin $z = x + iy$ şəklində olan ifadəsi onun cəbri şəkli adlanır.

x və y həqiqi ədədləri z kompleks ədədinin uyğun olaraq həqiqi və xəyali hissəsi adlanır və simvolik olaraq

$$x = \operatorname{Re} z, \quad y = \operatorname{Im} z$$

ilə işarə olunur.

$z = x + iy$ kompleks ədədini həndəsi olaraq Oxy müstəvisi üzərindəki (x, y) nöqtəsi ilə göstərilir. Həqiqi ədədlər absis oxunun, sırf xəyali ədədlər isə ordinat oxunun nöqtələri ilə göstərilir.

Hər bir (x, y) nöqtəsinə tamamilə müəyyən radius-vektor uyğun gəlir, hər bir radius-vektorun son ucuna isə müəyyən nöqtə uyğun gəlir. Ona görə kompleks ədədi müstəvi üzərində radius-vektor şəklində ifadə edəcəyik.

Kompleks ədədləri Dekart koordinat sistemi ilə yanaşı polyar koordinat sistemində də təsvir etmək olur. Bunun üçün polyar oxu Ox müsbət yarımoxu ilə, polyusu isə koordinat başlanğıcı ilə üst-üstə yerləşdirək. Əgər polyar radiusu ρ (radius-vektorun uzunluğu), polyar bucağı isə φ ilə işarə etsək, onda

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$ düsturlarından istifadə edərək kompleks ədədin cəbri formasından onun triqonometrik şəkli adlanan

$$z = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad (2)$$

ifadəsini ala bilərik. Kompleks ədədin üstlü şəkli

$$z = \rho e^{i\varphi}$$

kimidir.

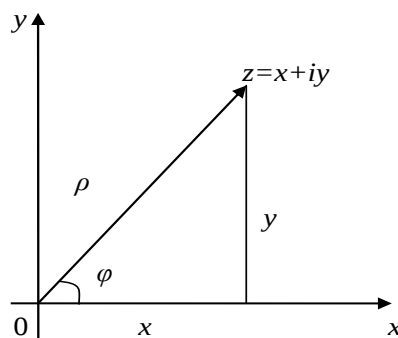
Məlumdur ki, elektrotexnikanın bəzi tipik məsələlərinin həllində kompleks ədədlərdən istifadə olunur. Bu məqalədə onu araşdırmağa çalışacağıq.

Elektrik və elektronika mühəndisliyində kompleks ədədlər dəyişən cərəyanların və gərginliklərin hesablanması sadələşdirmək, həmçinin elektrik dövrlərində faza sürüşmələrini, empedansları, rezonansları və digər hadisələri təhlil etmək üçün istifadə olunur. Kompleks ədədlər məsələlərin həllinin qrafiki üsullarını cəbri üsullarla əvəz etməyə, eləcə də sabit cərəyan üçün doğru olan ümumi qanunları və düsturları dəyişən cərəyana tətbiq etməyə imkan verir. Dəyişən cərəyan dövrlərində hesablamlar üçün kompleks ədədlərdən ona görə istifadə olunur ki, onlar rezistorlar, kondensatorlar və induktiv çarxları kimi müxtəlif dövrə elementlərində gərginlik və cərəyan arasında faza keçidlərini nəzərə almağa imkan verir.

Elektrik mühəndisliyində kompleks ədədlərlə işləmək üçün onların üzərində toplama, çıxma, vurma və bölmə kimi əsas cəbri əməliyyatları yerinə yetirməyi, həmçinin onları cəbri formadan triqonometrik və ya üstlü formaya və əksinə çevirməyi bilmək lazımdır. Dəyişən kəmiyyətin amplitudasına və fazasına uyğun gələn kompleks ədədin modulunu və argumentini neçə tapmağı bilmək də faydalıdır.

Elektrotexnikada “dəyişən cərəyan” mövzusu böyük bir yer tutur. Bu onunla əsaslandırılır ki, elektrotexniki cihazların çoxunda dəyişən cərəyan sinusoidal qanunla işləyirlər.

Dəyişən gərginliyin tənliyi $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ şəklində malikdir, burada u - gərginliyin ani qiyməti, U_m - gərginliyin maksimal qiyməti (amplituda), ω - bucaq tezliyi, t - zaman, φ - başlanğıc faza bucağı, ωt - elektrik bucağı adlanır. Bu tənlik iki dəyişəni, u - gərginlik ilə t



zamanı əlaqələndirir. Zaman müddətində gərginlik sinusoidal olaraq dəyişir.

Eyni ilə sinusoidal qanunla dəyişən digər kəmiyyətlər də aşağıdakı tənliklərə malikdirlər:

$$\text{Cərəyan şiddəti: } i = I_m \sin(\omega t + \varphi),$$

$$\text{Elektrik hərəkət qüvvəsi: } e = E_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Cərəyan və gərginliyin cari qiymətləri aşağıdakı kimi götürülür:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Cərəyan və gərginliyin kompleks üsulda cari qiymətləri isə belə yazılır:

$$\dot{I} = Ie^{j\varphi U}; \quad \dot{U} = Ue^{j\varphi U},$$

j - elektrotexnikada xəyali vahiddir.

Misal 1. Elektrik dövrəsində gərginlik azalması $U = 220\text{V}$ -dur. Dövrəyə müqaviməti $R = 15\text{ om}$ olan sabit yük əlavə edilmiş və əlavə olaraq sürəti $0,2\text{ om/san}$ olan müqavimət daxil olur. 1 dəqiqə ərzində dövrədən keçən elektrik miqdarını tapmalı.

Həlli. Om qanununa görə $I = \frac{U}{R}$ yazı bilərik. Şərtə görə dövrənin müqaviməti

$$R(t) = 15 + \int_0^t 0,2 dt = 15 + 0,2t$$

qanunu ilə dəyişir. Om qanununa əsasən cərəyan şiddəti

$$I(t) = \frac{U}{R(t)} = \frac{220}{15 + 0,2t}.$$

Beləliklə, 1 dəq. ərzində naqildən keçən elektrik miqdarı

$$\int_0^{60} I(t) dt = \int_0^{60} \frac{220}{15 + 0,2t} dt = \frac{220}{0,2} \ln(15 + 0,2t) \Big|_0^{60} = 1100(\ln(15 + 12) - \ln 15) = 1100 \ln 1,8 \text{ K l}$$

olar.

Məsələnin MatLab proqram mühitində həlli:

```

ans =
220*log(59049/3125)
1 - syms t
2 - fun=220/(15+0.2*t);
3 - int(fun,0,60)
4
5

```

Misal 1. Cərəyan şiddəti $I^* = 3 - 4j$ cəbri şəkildə verilmişdir. Cərəyan şiddətinin triqonometrik şəkildə tənliyini yazmalı.

Həlli. Tənliyi yazmaq üçün amplitudu və başlanğıc faza bucağını bilmək lazımdır. Buna görə verilən kompleks cərəyanın modulunu – verilən qiymətini və argumenti – başlanğıc faza bucağını tapaq:

$$I = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5A, \quad \varphi = \arctg \frac{-4}{3} = -53^\circ, \quad I_m = I\sqrt{2} = 5\sqrt{2} = 7,07A,$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) = 7,07 \sin(\omega t - 53^\circ).$$

Məsələnin MatLab proqram paketində həlli:

```

i2 =
5*2^(1/2)*sin(k*t - 0.9)
1 - syms k t
2 - I1=complex(3,-4);
3 - I=abs(I1);
4 - p=vpa(angle(I1),2);
5 - Im=I*sqrt(2);
6 - i2=Im*sin(k*t+p)
>>

```

Problemin aktuallığı. Bu məqalədə kompleks ədədlərin yaranma tarixi və digər təhsil sahələrinə inteqrasiyası araşdırılır. Xüsusən də elektrotexnika mühəndisliyində xəyali ədədlərin tətbiqi məsələsinə baxılır. MatLab sisteminin geniş hesablama imkanları onu elm və texnikanın istənilən sahəsində praktiki hesabatlar üçün tətbiq olunan edir. Bu imkanlar ali təhsil müəssisələrinin tədris prosesində də MatLab sistemindən çoxşaxəli istifadənin əhəmiyyətini artırır. Məqalədə MatLab proqramlaşdırma mühitində kompleks ədədlərin elektrotexnika mühəndisliyində tətbiqi imkanlarından bəhs olunmuşdur.

Problemin elmi yeniliyi. Kompleks ədədlərin köməyi ilə həll olunan məsələlər nəzəri cəhətdən izah edilmiş və MatLab proqram paketində hesabat üsulları və metodikası şərh edilmişdir.

Problemin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədə baxılan məsələlər vasitəsilə kompleks ədədlərin elektrotexnikada tədrisi prosesində, mühəndis məsələlərinin həllində və baxılan mövzunun müstəqil öyrənilməsi üçün istifadə etmək olar.

Ədəbiyyat

1. Məmmədov R.N. Ali riyaziyyat kursu. I hissə. Bakı, 2005.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Москва, 1978.
3. В.Н.Галушко. Электротехника и основы электроники. Гомель, 2012.
4. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель. М., 2012.

Ф.О. Мамедов, М.А. Шахвердиев, Р.А. Ахмедов

**Комплексные числа и их применение к некоторым
техническим проблемам
Резюме**

MatLab широко используется а качестве вычислительного инструмента в науке и технике, охватывающего области физики, химии, математики и всех технических потоков. Эти возможности увеличивают важность многопланового использования системы MatLab в образовательном процессе высших учебных заведений, что делает применение специальных пакетных программ актуальным. Данная статья рассматривает историю появления и интеграцию комплексных чисел в другие образовательные области. В частности, применение мнимых чисел в электротехнике.

F.O. Mammadov, M.A. Shahverdiyev, R.A.Ahmadov

**Complex numbers and their application to some technical problems
Summary**

MatLab is widely used as a computing tool in science and technology, covering the fields of physics, chemistry, mathematics and all technical streams. These features increase the importance of the multifaceted use of the MatLab system in the educational process of higher educational institutions, which makes the use of special package programs relevant.

This article reviews the history of the emergence and integration of complex numbers in other areas of education. Especially, the use of imaginary numbers in electrical engineering

Redaksiyaya daxil olub: 14.04.2025