

RIYAZIYYATIN TƏDRİSİ METODİKASI
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ
METHODS OF TEACHING MATHEMATICS

UOT 372.851

**ADI DİFERENSİAL TƏNLİKLƏRƏ GƏTİRİLƏN BƏZİ MƏSƏLƏLƏR VƏ
ONLARIN PROQRAM TƏMİNATINA DAİR**

Təbriz Musa oğlu Şəmiyev

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru,

Azərbaycan Texniki Universitetinin dosenti

Orcid: 0009-0001-8287-446x

E-mail: tabriz_shamiyev@yandex.ru

Mehman Ələkbər oğlu Şahverdiyev

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru,

Azərbaycan Texniki Universitetinin dosenti

Orcid: 0009-0000-1151-0880

E-mail: mehman.sahverdiyev@bk.ru

Aytən Rəhman qızı Məmmədli

Azərbaycan Texniki Universitetinin doktorantı

Orcid: 0009-0009-7627-1361

E-mail: aytenmemmedeli408@gmail.com

Açar sözlər: *diferensial tənlik, toxunan, funksiya, bakteriya, integral, Matlab program paketi.*

Ключевые слова: *дифференциальное уравнение, касательная, функция, бактерии, интеграл, пакет программ Matlab.*

Key words: *differential equation, tangent, function, bacteria, integral, Matlab software package.*

Riyaziyyatın müxtəlif elm sahələrinə tətbiqində adi diferensial tənliklər mühüm yer tutur. Onların istifadəsi təbiətşünaslıq və texnikada tətbiqi məsələlərin həlli üçün ən səmərəli və geniş yayılmış vasitələrdən biridir. Bir çox real proseslər adi diferensial tənliklərdən istifadə etməklə sadə və tam şəkildə təsvir edilir. Buna görə də, diferensial tənliklərin qurulması məsələsinə verilən diqqət tamamilə başa düşüləndir.

Məqsədımız təbiətşünaslıq və texnikanın müxtəlif problemlərini geniş əhatə edən istehsalat və ya elmi fəaliyyət prosesində yaranan tətbiqi məsələlər üçün diferensial tənliklərə gətirilən bilən məsələləri öyrənməkdir.

Diferensial tənliklərdən biologiya, iqtisadiyyat, fizika, kimya və texnika məsələlərini həll etmək üçün geniş istifadə olunur. Diferensial tənliklər eksponensial artımı, tənəzzülü, növün populyasiyasının artımını və ya zamanla sərmayənin qaytarılmasının dəyişməsinə təsvir edə bilər. Bir hadisəni öyrənərkən ilk növbədə onun riyazi modeli qurulur. Riyazi model hadisənin tabe olduğu əsas qanunları təsvir edir. Nümunələrimizdə bu qanunların diferensial tənliklər şəklində ifadə olunduğunu görə bilərsiniz.

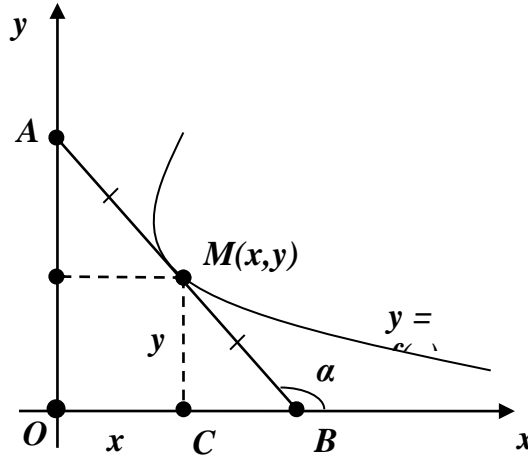
Müasir dövrdə informasiya texnologiyasının sürətlə inkişafını nəzərə almaqla çoxlu sayda riyazi, fiziki və mexaniki məsələlərin adi diferensial tənliklərin köməyi ilə həllinin MatLab

proqram paketlərində öyrənilməsi məqsədə uyğundur.

MatLab sisteminin çoxşaxəli hesablama imkanları onun elm və texnikanın istənilən sahəsində praktiki hesabatlarla tətbiqini aktuallaşdırır. Bu imkanlar ali təhsil müəssisələrində də tədris prosesi zamanı MatLab sistemindən geniş istifadənin əhəmiyyətini artırır.

Diferensial tənliyə gətirilən bir neçə məsələyə baxaq.

Məsələ 1. Elə əyri tapmaq lazımdır ki, onun istənilən nöqtəsindən çəkilmiş toxunanın koordinat oxları arasında qalan parçası toxunma nöqtəsinə nəzərən yarıya bölünsün.



Həlli. $y = f(x)$ tənliyi ilə verilmiş əyrinin ixtiyari nöqtəsini $M(x; y)$ ilə işarə edək. Birinci tərtib törəmənin həndəsi mənasına görə $y' = \operatorname{tg} \alpha$. Şəkildən görüldüyü kimi

$$\operatorname{tg}(\angle MBC) = \frac{MC}{BC}.$$

Belə ki,

$$\operatorname{tg}(\angle MBC) = \operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha; \quad MC = y; \quad AM = MB,$$

onda $OC = CB = x$. Nəticədə,

$$-\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} \quad \text{və ya} \quad y' = -\frac{y}{x}. \quad (1)$$

Deməli, məsələnin həlli adi diferensial tənliyə gətirildi.

(1) tənliyinin ümumi həllini tapaq:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} \Rightarrow \frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x} \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = -\int \frac{dx}{x} \Rightarrow \ln|y| = \ln\left|\frac{C}{x}\right| \Rightarrow y = \frac{C}{x}.$$

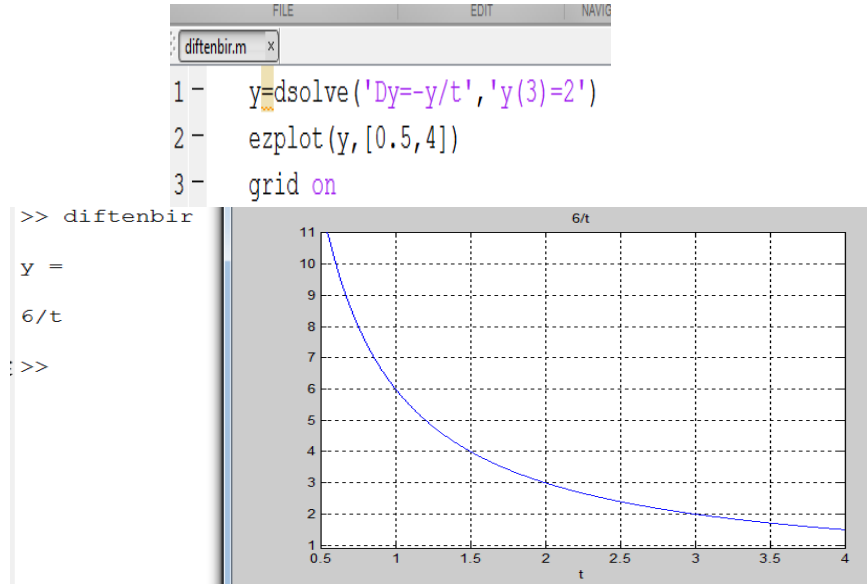
Beləliklə, məsələnin şərtini ödəyən və bir-birindən C sabiti ilə fərqlənən hiperbolalar ailəsi alınır ki, onların da asimptotları koordinat oxlarıdır.

(1) tənliyinin $y(3) = 2$ başlanğıc şərtini ödəyən həllini tapaq:

$$2 = \frac{C}{3} \Rightarrow C = 6.$$

Beləliklə, axtarılan əyrinin tənliyi $y = \frac{6}{x}$ şəklində olan hiperbola olar.

(1) tənliyinin həllinin və onun qrafikinin MatLab mühitində proqram təminatı aşağıdakı kimidir:



Məsələ 2. Çoxalma üçün əlverişli şəraitdə müəyyən N_0 sayda bakteriya var. Təcrübədən məlumdur ki, bakteriyaların çoxalma sürəti onların sayı ilə mütənəsibdir. Zamanla bakteriya sayının artma asılılığını tapın.

Həlli: t zaman anında bakteriyaların artma sayını $N(t)$ ilə işarə edək. $N(0) = N_0$. Sayın yalnız tam ədədlərlə ölçülə bildiyindən, $N(t)$ -nin zamana görə kəsilməz diferensiallanan olaraq dəyişdiyini hesab edirik. Buna görə də məsələnin şərtlərində göstərilən bioloji eksperimental qanun çoxalmış bakteriyaların aşağıdakı diferensial tənliyini tərtib etməyə imkan verir:

$$\frac{dN(t)}{dt} = kN(t), \quad (k > 0). \quad (2)$$

k əmsalı bakteriyaların növündən və onların yerləşdiyi şəraitdən asılıdır. Onu təcrübədən təyin etmək olar. Məsələ sırf riyazi məsələyə gətirilir: $N(0) = N_0$ olduqda (2) tənliyinin $N = N(t)$ həllini tapmalı.

Belə ki, $N(t) > 0$, onda (2) tənliyinin hər iki tərəfini $N(t)$ -yə bölək:

$$\frac{d}{dt}(\ln N(t)) = k.$$

Buradan

$$\ln N(t) = kt + C_1, \quad (3)$$

burada C_1 - ixtiyari sabitdir: $C_1 = \ln C$, $C > 0$. (3)-dən

$$N(t) = Ce^{kt} \quad (4)$$

alırıq.

(4) funksiyalar çoxluğundan bakteriyaların çoxalma prosesini təsvir edən funksiyanı ayırmaq üçün, $N(0) = N_0$ şərtindən istifadə edək, onda $N_0 = C$. Nəticədə,

$$N(t) = N_0 e^{kt},$$

yəni bakteriyaların sayı üstlü qanunla artır.

İndi isə xüsusi hal kimi, fərz edək ki, ilkin halda 200 bakteriya vardır və onlar 4 saata 3 dəfə artmışdır, onda k -nı tapmaq üçün aşağıdakı bərabərlikdən istifadə edək:

$$\int_{200}^{600} \frac{dN}{N} = k \int_0^4 dt \Rightarrow \ln N \Big|_{200}^{600} = k \Big|_0^4 \Rightarrow \ln 600 - \ln 200 = 4k \Rightarrow$$

$$4k = \ln \frac{600}{200} = \ln 3 \Rightarrow k = \frac{1}{4} \ln 3.$$

k -nın qiymətini (2)-də nəzərə alaq:

$$\frac{dN}{N} = \left(\frac{1}{4} \ln 3 \right) dt.$$

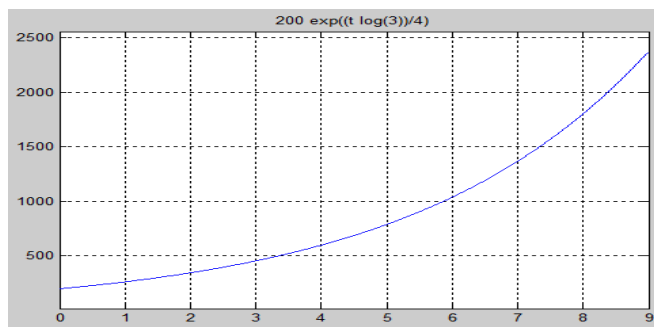
9 saatdan sonra bakteriyaların sayını aşağıdakı kimi tapa bilərik:

$$\int_{600}^N \frac{dN}{N} = \frac{1}{4} \ln 3 \int_0^9 dt \Rightarrow \ln N \Big|_{600}^N = \frac{1}{4} \ln 3 \cdot t \Big|_0^9 \Rightarrow \ln N - \ln 600 = \frac{9}{4} \ln 3 \Rightarrow$$

$$\ln N = \ln \left[600 \cdot \sqrt[4]{3^9} \right] \Rightarrow N = 7140.$$

(2) tənliyinin həllinin və onun qrafikinin MatLab mühitində program təminatı aşağıdakı kimidir:

```
>> diftenbir
N =
200*exp((t*log(3))/4)
1 - N=dsolve('DN=(1/4)*log(3)*N','N(0)=200')
2 - ezplot(N,[0,9])
3 - grid on
4
```



Problemin aktuallığı. MatLab sisteminin geniş hesablama imkanları onu elm və texnikanın istənilən sahəsində praktiki hesablar üçün tətbiq olunan edir. Bu imkanlar ali təhsil müəssisələrinin tədris prosesində də MatLab sistemindən çoxşaxəli istifadənin əhəmiyyətini artırır. Bütün bunlar xüsusi paket proqramların tətbiqini aktual edir. Məqalədə MatLab sisteminin adi diferensial tənliklər bölməsinə tətbiqi imkanlarından bəhs olunmuşdur.

Problemin elmi yeniliyi. Adi diferensial tənliklərin köməyi ilə həll olunan məsələlər nəzəri cəhətdən izah edilmiş və MatLab proqram paketində hesab üsulları və metodikası şərh edilmişdir.

Problemin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədə baxılan məsələlərdən riyaziyyatın adi diferensial tənliklər bölməsinin tədris prosesində, mühəndis və iqtisadiyyat məsələlərinin həllində və baxılan mövzunun müstəqil öyrənilməsi üçün istifadə etmək olar.

Ədəbiyyat

1. Məmmədov R.M. Ali riyaziyyat kursu. Bakı, 1981.
2. Piskunov N.S. Diferensial və inteqral hesabı. I hissə, Moskva, 1985.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Москва, 2011.
4. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель. Москва, 2012.

Т.М. Шамиев, М.А. Шахвердиев, А.Р. Меммедли

О некоторых задачах, приводящих в обыкновенных дифференциальных уравнениях и их программном обеспечении

Резюме

MatLab широко используется а качестве вычислительного инструмента в науке и технике, охватывающего области физики, химии, математики и всех технических потоков. Эти возможности увеличивают важность многопланового использования системы MatLab в образовательном процессе высших учебных заведений, что делает применение специальных пакетных программ актуальным. В статье рассматривается применение системы MatLab к разделу теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

T.M. Shamiyev, M.A. Shahverdiyev, A.R. Memmedli

**About some problems leading to ordinary differential equations and their software
Summary**

MatLab is widely used as a computing tool in science and technology, covering the fields of physics, chemistry, mathematics and all technical streams. These features increase the importance of the multifaceted use of the MatLab system in the educational process of higher educational institutions, which makes the use of special package programs relevant. The article discusses the application of the MatLab system to the theory of ordinary differential equations.

Redaksiyaya daxil olub: 06.05.2024