RİYAZİYYATIN TƏDRİSİ METODİKASI
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ
METHODS OF TEACHING MATHEMATICS

UOT 372.851

ALQORİTMLƏR NƏZƏRİYYƏSİNDƏ ASSOSİATİV HESABLAMA

Qurban İsa oğlu Əliyev
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin dosenti
E-mail: qurban1919@mail.ru

Səkinə İmran qızı Səfiyeva
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin müəllimi
ORCİD: 0000-0002-7251-1673

Açar sözlər: *alqoritm anlayışı, assosiativ hesablama, əlifba, söz, nizamlanmış əvəzləmələr.*
Ключевые слова: *понятие алгоритма, ассоциативное исчисление, алфавит, слово, упорядоченные замены.*
Key words: *algorithm concepts, associative computing, alphabet, word, ordered permutations.*

Alqoritmin xassələrindən biri onların konstruktiv obyektlərlə əlaqədar olmasıdır. Belə ki, natural ədədlər çoxluğu, tam və rasional əmsallı çoxhədlilər, rasional əmsallı tənliklər və onların sistemləri və s. konstruktiv obyektlərdir. Bu obyektlər üzərində biz müəyyən əməliyyatlar yerinə yetiririk. Mücərrəd əlifba isə müəyyən sonlu sayda simvollar çoxluğudur. Həmin simvolları bir-birinə qoşmaqla sözlər düzəldirik, sözlərdən isə cümlələr düzəldirik. Nəticədə sözlər üzərində hesab yaranır. Deməli, bu hesabi sözlər çoxluğu və əvəzləmələrin sistemindən ibarətdir. Bu obyektləri müəyyən sonlu əlifbanın sözləri vasitəsilə təsvir etmək, başqa sözlə kodlaşdırmaq olar.

Tutaq ki, bizə elementləri cüt-cüt fərqli olan müəyyən sonlu simvollar çoxluğu - əlifba verilmişdir. A=$\{a_1, a_2, \dots a_n\}$. Əlifbanın təşkil edən a_i simvolları hərflər adlanırlar.

A əlifbasında söz əlifbanın hərflərindən düzəldilmiş və soldan sağa yazılan hərflər ardıcıllığına deyilir.

Məsələn: a) Onluq say sistemində A=$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ əlifbasında istənilən natural ədədin yazılışı 12, 4, 123, 432, 1011 sözdür.

b) Fərz edək ki, A=$\{0, 1\}$. Onda istənilən 000, 001, 0101, 1101, 1111, ... ikili ədədi A əlifbasında sözdür.

c) Əgər A=$\{a, b, c\}$ olarsa, onda b əlifbada aşağıdakı yığımlar sözlər olacaqdır:

abcc, cbbabbc, b, bbb, $\wedge$ (burada heç bir hərfi saxlamayan boş sözü göstərir).

Sözdə hərflərin sayı sözün uzunluğu adlanır. Boş sözün uzunluğu sıfra bərabərdir.

Eyni bir A əlifbasında iki P və Q sözləri eyni cür yazılmışlarsa, yəni uyğun mövqelərdə eyni simvollar yazılmışdırsa, onda onlar bərabər sözlər adlanırlar və P=Q kimi işarə edilirlər.

Eyni bir A əlifbasında iki P və Q sözləri üçün P sözünün sağına Q sözünün yazılması ilə alınan sözə P və Q sözlərinin kompozisiyası deyilir və Po Q və ya PQ kimi işarə olunur. Məsələn, əgər P=3431 və Q=569 olarsa, onda PQ=3431569, QP=5693431 olar.

Aydındır ki, sözlərin kompozisiyası komutativ deyil (PQ$\neq PQ$), lakin assosiativdir, yəni əgər eyni bir A əlifbasında P.Q və R sözləri verilmişdirsə, onda (PoQ)oR=Po(QoR) = PQR.

Məsələn, P=321, Q=345, R=21 olarsa, onda

(PoQ)oR=(321o345)o21=321345o21=32134521;

Po(QoR)=321o(345o21)=321o34521=32134521 olar.

Tutaq ki A əlifbasında iki P və Q sözləri verilimişdir. Əgər Q sözü Q=PRS kompozisiyası şəklində göstərilə bilirsə, onda deyəcəyik ki, P sözü Q sözünə daxildir və ya Q sözü P sözünü özündə saxlayır. Burada R və ya S-boş söz ola bilərlər.

Məsələn, 36 sözü 45367364736 sözünə üç dəfə daxildir. Aydındır ki, hər bir söz özünü və boş sözü saxlayır. Əgər P sözü Q sözünə bir neçə dəfə daxildirsə, onda Q sözünü soldan sağa şərh etməklə birinci, ikinci və s. daxil olmadan danışılır.

Eyni bir A əlifbasında iki P və Q sözləri bir-birilə tire vasitəsilə birləşdirilmişdirsə, (P–Q) onda deyirlər ki, nizamlanmamış əvəzləmə verilmişdir. Əgər iki P və Q sözləri ox vsitəsilə birləşdirilmişlərsə, (P→ $\boldsymbol{Q}$) onda əvəzləmə nizamlanmış adlanır.

Tutaq ki, R sözü P–Q əvəzləməsindən P sözünü saxlayır. P sözünün R sözünə hansısa daxil olmasını Q sözü ilə əvəz edək. Bu zaman R sözündən 1 addıma P–Q əvəzləməsi vasitəsilə yeni bir R1 sözü alınacaqdır.

Əvəzləmə nizamlanmamış olduqda P sözü Q sözünə və Q sözü P sözünə daxil ola bilər. Əgər əvəzləmə P→ $\boldsymbol{Q}$ nizamlanmış olarsa, onda dəyişdirilmə yalnız ox istiqamətində aparılır. Məsələn, R=babba sözünə soldan sağa ab–abb əvəzləməsini tətbiq etsək, R1=babbba sözünü, eyni əvəzləməni sağdan sola tətbiq etsək, R2 = baba sözünü alarıq.

Məsələn, tutaq ki, 1) aa →c, 2) $\boldsymbol{bb}$ → a, 3) cc→ Λ, əvəzləmələri verilmişdir. Onları R = abb sözünə tətbiq etsək, $\{\boldsymbol{abbc},\ \boldsymbol{aac},\ \boldsymbol{cc},\ \Lambda\}$ çoxluğu alınar.

Hər hansı A əlifbasında sözlər çoxluğunun hansısa bir yerləşmə sistemi vasitəsilə alınması assosiativ hesab adlanır. Bu tərifdən alınır ki, konkret hesablamanın verilməsi üçün əlifbanı və bu əlifbada əvəzləmələrin sonlu ardıcıllığını vermək kifayətdir.

Bu tərifdən alınır ki, konkret hesablamanın verilməsi üçün əlifbanı və bu əlifbada əvəzləmələrin sonlu ardıcıllığını vermək kifayətdir. Məsələn, B=$\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, *, \boldsymbol{0}\}$ əlifbası və onda verilmiş dörd 1) ab→b*; 2) a* →0*; 3) *0 → $\boldsymbol{0}$; 4) 0→ ∧ əvəzləmələri assosiativ hesablama verir. Müəyyən assosiativ hesablamada iki P və Q sözlərindən biri o birindən bu hesablamadan olan hansısa bir əvəzləmənin bir tətbiqi nəticəsində alınırsa, bu sözlər qonşu sözlər adlanırlar.

Tutaq ki, $A=\{a,b\}$, A əlifbasının a və b hərflərindən düzəldilən sözləri nəzərdən keçirək. Burada a, b, ab, ba, aa, bb, aab, aaab və s. yarada bilərik, Bu 2 hərfdən yaradılan bütün sözlər çoxluğunu A^* ilə işarə edək. Burada sonsuz sayda söz vardır. Sözün uzunluğu anlayışı təyin olunur. A* – da 2 hərfdən düzəldilən iki yerli, 3 yerli, 4 yerli və s. Sözlər təşkil etmək olar. 1 yerli sözlər: a və b; 2 yerli sözlər: aa, bb, ab, ba-dır. A*-ya daxil olan sözləri təşkil edən hərflərin sayına onun uzunluğu deyilir. A* çoxluğunda uzunluğu 2 olan dörd söz (aa,ab,ba, bb), uzunluğu 3 olan 8 söz var. Uzunluğu 1 olan sözlərin sayı 2-dir (a,b). Heç bir hərf saxlamayan söz – “0 ” uzunluqlu sözün olması qəbul olunub. Boş söz ∧ şəklində işarə edilir.

Praktikada bir sözün başqa söz ilə əvəz edilməsi üçün L↔M, L→M işarələmədən istifadə olunur. Birinci əvəzləmədə L sözünü M sözü ilə əvəz edilməsi icra olunur, ikinci əvəzləmədə L sözünü M sözü ilə əvəz et əmri verilir. Burada qonşu söz anlayışı yaranır.

Ancaq 1 əvəzləmə aparmaqla 1 sözdən başqa söz alınırsa, həmin sözlərə qonşu söz deyilir. Məsələn, ab → ba.

Misal 1. $A_1 = \{a, b, c\}$ əlifbasında aşağıdakı nizamlanmamış əvəzləmələri olan I_1 assosiativ hesablanmasına baxaq:

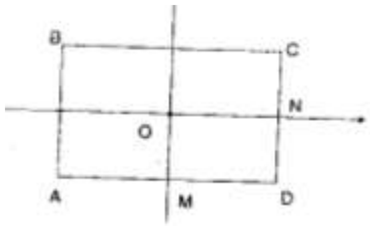
1. ba → ab
2. ca → ac
3. cb→ ***bc***
4. aa → ***c***
5. bb → ***a***
6. cc →∧

R sözünün P sözündən i nömrəli bir əvəzləməsi vasitəsilə alınmasını P⇒R ilə işarə edək.

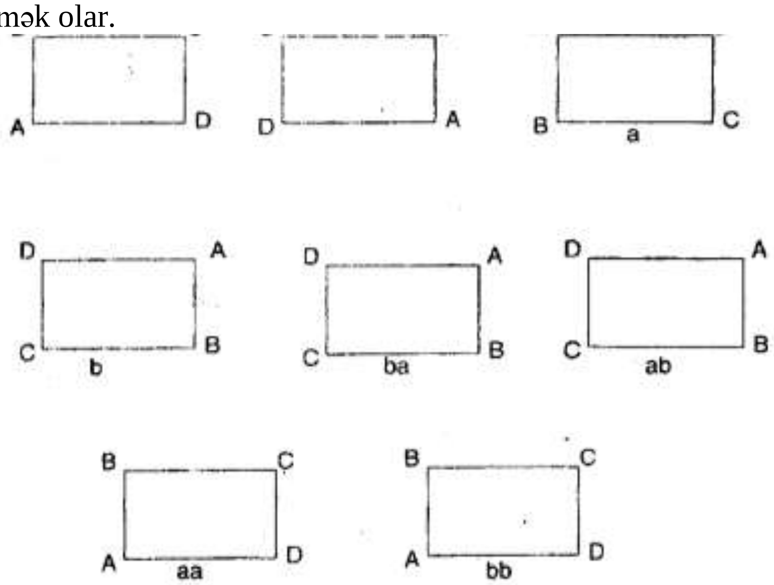
<u>ababacb</u> və <u>cb</u> sözlərinin ekvivalent olmasını göstərək:

$$a\underline{ba}bacb \overset{1}{\Rightarrow} aa\underline{bb}acb \overset{5}{\Rightarrow} \underline{aa}aacb \overset{4}{\Rightarrow} c\underline{aa}cb \overset{4}{\Rightarrow} \underline{cc}cb \overset{6}{\Rightarrow} cb$$

Assoativ hesaba həndəsədən çoxlu misallar göstərmək olar. Məs. Bir fiqurun ox ətrafında firlanması nəticəsində yeni–yeni sözlər yarana bilər. Sadəlik üçün ABCD düzbucaqlısına baxaq və onların simmetriya oxunu çəkək. Bu düzbucaqlını simmetriya oxları ətrafında fırlatmaqla yeni–yeni sözlər düzəldilir.



ON oxu üzrə simmetriya–elementar çevirmələrdir. İki və daha çox çevirmələrlə düzbucaqlını özünə çevirmək olar.



eyni sözləri adi bərabərliklə işarə edək,

ba = ab (1); aa = ∧ (2); bb = ∧ (3)

Bu hesabla düzbucaqlının öz–özünə çevriməsi arasında əlaqə yaratmaq olar. (1), (2), (3) bərabərliklərindən alınır ki, ixtiyari qonşu sözlər bərabərdir. Təklifin tərsi də doğrudur. aa → ^, bb→^ əvəzləməsini tətbiq etməklə, aa..abb...b sözlərinin ^, a, b, ab sözlərinə ekvivalent olmasını alırıq.

Əgər bu prosesi icra etməklə əvvəlki söz alınırsa, deyirlər ki, alqoritm icra olunur.

Konquryent çevirmələrdə fiqur öz yerini dəyişir. Bu halda deyirlər ki, onlar bərabər deyil. Hər bir konquryent hal yeni bir sözdür. Beləliklə, konquryent çevirmələrin nəticəsində sözlər alınır. Bu assosiativ hesabdır.

Hər bir assosiativ hesablamada sözlərin ekvivalentlik problemi yaranır. İstənilən assosiativ hesablama üçün sözlərin ekvivalentlik problemini həll edən alqoritmi göstərməklə sözlərin ekvivalentliyinin ümumiləşmiş problemini də vermək olar.

Bir çox geniş problemin həll olunması uzun müddət şübhə yaradırdı. Sonralar bu şübhələr aradan qaldırıldı. İsbat olundu ki, ümumiləşmiş problem həll olunmayandır. 1946-1948-ci illərdə A.A.Makarov və E.Post tərəfindən sözlərin ekvivalentlik probleminin həll olunmadığı assosiativ hesablamalara aid misallar qurulmuşlar.

Problemin aktuallığı. Müasir dövrdə informasiya texnologiyasının inkişafı nəticəsində alqoritm anlayışı yalnız alqoritm nəzəriyyəsində deyil, həmçinin müasir elmin demək olar ki, bütün sahələrində tətbiq olunur. Alqoritmin riyazi dəqiqləşdirilməsi üsullardan biri də assosiativ hesabdan istifadə etməklə Normal Markov alqoritmin tətbiqidir. Məhz bu da məqalənin aktuallığını şərtləndirir.

Problemin elmi yeniliyi. Məqalədə Normal Markov alqoritminin tətbiqində assosiativ hesabdan istifadə olunur. Elmi yenilik ondan ibarətdir ki, məqalədə assosativ hesablamada bir çox misallarla nizamlanmış əvəzləmələr və qrafik sxemlərlə, eləcədə həndəsədən çoxlu misallar vasitəsilə izah olunmuşdur.

Problemin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədə göstərilən materiallardan əsasən alqoritmlər nəzəriyyəsi, informatika, eləcədə təhsildə İKT müəllimləri, magistrlər və bu sahədə tədqiqat aparan şəxslər istifadə edə bilərlər.

Ədəbiyyat

1. Ə. M. Məmmədov. Alqoritmlər nəzəriyyəsi. Bakı, 2007.
2. R. Hümbətəliyev, H. Tağıyev, Ə.M. Məmmədov və s. Alqoritmlər nəzəriyyəsi. Bakı, 2019.
3. Матросов В.Л. Теория алгоритмов. М., 1989. –188 с.

К.И. Алиев, С.И. Сефиева

Ассоциативные вычисления в теории алгоритмов
Резюме

В статье рассматривается ассоциативные вычисления в теории алгоритмов. Объясняет ассоциативные вычисления с помощью упорядоченных замен и графических схем. В теории алгоритмов возникает необходимость математического уточнения алгоритма. Одним из них является обычный алгоритм Маркова. Ассоциативное исчисление также используется в обычном алгоритме Маркова.

Q.İ. Aliyev, S.İ. Safiyeva

Associative computing in algorithm theory

Summary

The article discusses associative calculations in the theory of algorithms. Explains associative calculations using ordered substitutions and graphical diagrams. In the theory of algorithms, the need arises for mathematical refinement of the algorithm. One of them is the regular Markov algorithm. Associative calculus is also used in the regular Markov algorithm.

Redaksiyaya daxil olub: 28.02.2024