

Nəqliyyat axınlarının riyazi modelləşdirilməsi

Günəl Şahin qızı Həsənlı

Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin magistrantı

E-mail: hasanligunel@hotmail.com

Rəyçilər: fizika-riyaz.ü.f.d., dos. N.L. Əliyev,
tex.e.d., prof. X.M. Həmzəyev

Açar sözlər: nəqliyyat axınlarının riyazi modelləşdirilməsi, nəqliyyat şəbəkəsinin perkolyasiya stoxastik modeli, antropogen hava çirklənməsi

Ключевые слова: mathematical modeling of transport flows, percolation stochastic model of transport network, anthropogenic air pollution

Key words: математическое моделирование транспортных потоков, перколяционная стохастическая модель транспортной сети, антропогенное загрязнение воздуха

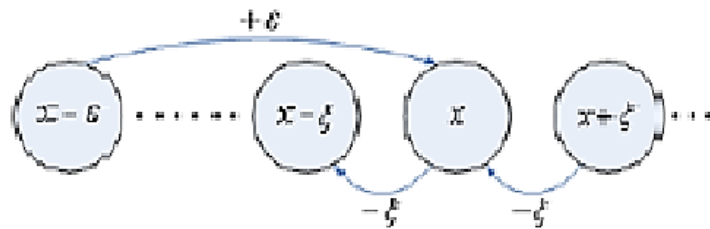
Nəqliyyat şəbəkəsinin perkolyasiya stoxastik modeli.

Nəqliyyat şəbəkəsi qrafının təsviri. Nəqliyyat şəbəkəsi dedikdə küçələr, yollar, küçədənənar nəqliyyat xətləri (metro, monorels, tramvay), həmçinin ictimai nəqliyyat marşrutları nəzərdə tutulur. Kompüter şəbəkələri üçün hesablama yükünün və axınının ölçülməsi nəticəsində əldə olunan real axınların histoqramlarının qurulması onların Puasson paylanmalarından fərqi göstərir (yəni axınlar gözlənilməz, stoxastik təbiətə malikdir).

Tutaq ki, yolun müəyyən xassəsi, məsələn, müəyyən bir yol üçün aşınma heç bir şəkildə digər yolların ümumi aşınmasından asılı deyil. İstənilən iki şəhər arasında hərəkət etmə imkanının 1/2-dən çox q ehtimalını müəyyənləşdirmək tələb olunur. Stoxastik dinamikaya əsaslanan nəqliyyat şəbəkəsinin riyazi modelini quraq. Göstərmək olar ki, əgər avtomobil axınlarının dəyişməsinə təsadüfi proses kimi baxsaq və nəqliyyat şəbəkəsinin hər düyününün hər istiqaməti üçün L_{ij} növbəsində buraxıla bilən avtomobillərin böhran sayı verilərsə, onda t anında növbədə olan avtomobillərin sayının L_{ij} ədədini aşmamasının (tıxac yaranmamasının) $P(L_{ij}, t)$ ehtimalını tapmaq olar.

Tutaq ki, müəyyən τ zaman intervalında j kəsişməsində i istiqamətində növbəyə ε sayda maşın daxil olur və ξ sayda maşın gedir. Bütün proses davamlılığı τ olan ayrı-ayrı h addımlarından yaranır, burada $\frac{\varepsilon}{\tau} = \lambda$ - giriş axınının intensivliyi, $\frac{\xi}{\tau} = \mu$ - axının çıxış maşınlarının intensivliyidir.

$P_{x-\varepsilon, h}$ ilə növbədə h addımından sonra $(x-\varepsilon)$ sayda maşın olması ehtimalını, $P_{x, h}$ ilə x sayda maşın olması ehtimalını, $P_{x+\xi, h}$ ilə növbədə $(x+\xi)$ sayda maşın olması ehtimalını işarə edək. Onda $P_{x, h+1}$ növbədə $h+1$ addımında x sayda maşın olması ehtimalı olacaq (şəkil 1).



Şəkil 1.

İşıqforun işləməsinin $h+1$ addımında j -kəsişməsində i -istiqamətində maşınların sayını xarakterizə edən vəziyyətlər arasındakı mümkün keçidlərin sxemi.

$$P_{x,h+1} = P_{x-\varepsilon,h} + P_{x+\xi,h} - P_{x,h}.$$

$t = h\tau$ daxil edək, burada t – emal prosesinin ümumi vaxtıdır, onda alırıq:

$$P(x, t + \tau) = P(x - \varepsilon, t) + P(x + \xi, t)P(x, t).$$

Alınmış tənliyi Teylor sırasına ayıraq:

$$\begin{aligned} P(x, t) + \tau \frac{\partial P(x, t)}{\partial t} + \frac{\tau^2}{2} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial t^2} + \dots = \\ = P(x, t) - \varepsilon \frac{\partial P(x, t)}{\partial x} + \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} - \dots + P(x, t) + \\ + \xi \frac{\partial P(x, t)}{\partial x} + \frac{\xi^2}{2} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} + \dots - P(x, t). \end{aligned}$$

t dəyişəninə görə ikinci tərtib törəməni istisna etmək olar, çünki öz mənasına görə bu törəmə elə bir prosesi təsvir edir ki, maşınların özləri əlavə maşınlar üçün mənbə olurlar. Sol tərəfdə t -yə görə birinci tərtibi aşmayan, sağ tərəfdə isə x -ə görə ikinci tərtibi aşmayan törəmələrin daxil olduğu hədləri saxlayaq:

$$\tau \frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = \frac{\varepsilon^2 + \xi^2}{2} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} - (\varepsilon - \xi) \frac{\partial P(x, t)}{\partial x},$$

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = \frac{\lambda^2 + \mu^2}{2} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} - (\lambda - \mu) \frac{\partial P(x, t)}{\partial x}.$$

Burada λ və μ parametrləri x -dən asılı deyil və $a = \frac{\mu^2 + \lambda^2}{2\mu}$ və $b = \lambda - \mu$ işarə etsək,

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} - b \frac{\partial P(x, t)}{\partial x}$$

tənliyini alırıq.

$P(x, t)$ funksiyası kəsilməz olduğundan, $P(x, t)$ ehtimalından $\rho(x, t)$ ehtimal sıxlığına və bu məsələni sərhəd şərtləri ilə ifadə etmək olar.

Maşınların sayı j -kəsişməsində i istiqamətində $x=L$ olduqda emal düyününü (j -kəsişməsi, i istiqamətində) yüklənmiş hesab edirik (tıxac yaranır), burada L – müəyyən böhran ədədidir. Belə bir vəziyyətə rast gəlmə ehtimalı 0-dan fərqlidir, $x=L$ vəziyyətində maşın axınıni təyin edən ehtimal sıxlığını isə 0-a bərabər qəbul etmək lazımdır (bu vəziyyətdən qaçmağa çalışırıq), yəni $\rho(x, t)|_{x=L} = 0$. (a)

İkinci sərhəd şərti $x=0$ vəziyyətinin emal zamanı dayanmanı təyin etməsi şərtindən götürülür. Belə bir vəziyyətə rast gəlmə ehtimalı sıfırdan fərqlidir, lakin $x=0$ vəziyyətində maşın axınıni təyin edən ehtimal sıxlığını 0 qəbul etmək lazımdır yəni $\rho(x, t)|_{x=0} = 0$ (b)

$t = 0$ zaman anında (hesablama başlanğıcı) emalda x_0 sayda maşın olduğundan başlanğıc şərtləri aşağıdakı kimi təyin edirik:

$$\rho(x, t = 0) = \delta(x - x_0) = \begin{cases} 1, & x = x_0 \\ 0, & x \neq x_0 \end{cases}$$

Başlangıç şərt δ -funksiya şəklində verildiyindən bu ona gətirir ki, diferensial tənliyin alınmış həlli $x = x_0$ nöqtəsində kəsilməz qalmaqla, törəməsi bu nöqtədə kəsilən olacaq.

Baxılan yanaşmanın tətbiq olunma imkanına əsaslanaraq və operasiya hesabı üsullarından istifadə etməklə $P(L_{ij}, x_0 / t)$ ehtimalı üçün t zaman anına tıxacın yaranmamasının (növbədə maşınların sayı L_{ij} ədədini aşmır) ifadəsini ala bilərik:

$$P(L_{ij}, x_0 | t) = 2 \exp\left(\frac{2b_{ij}x_0 + b_{ij}^2 t}{4a_{ij}}\right) \times \sum_{n=1}^M (-1)^{n+1} \frac{\exp\left(\frac{b_{ij}L_{ij}}{2a_{ij}}\right) \sin\left(\pi n \frac{x_0}{L_{ij}}\right) + \sin\left(\pi n \frac{L_{ij} - x_0}{L_{ij}}\right)}{\pi n + \frac{b_{ij}^2 L_{ij}^2}{4\pi n a_{ij}^2}} \exp\left(\frac{\pi^2 n^2 a_{ij} t}{L_{ij}^2}\right), \quad (1)$$

burada $a_{ij} = \frac{\mu_{ij}^2 + \lambda_{ij}^2}{2\lambda_{ij}}$ və $b_{ij} = \lambda_{ij} - \mu_{ij}$, μ_{ij} - nəqliyyat şəbəkəsinin j -ci düyünündən

(kəsişmə və işıqfor) i -istiqaqətində vahid zamanda çıxan maşınların sayı (çıxış axını), λ_{ij} - düyünə vahid zamanda daxil olan maşınların sayı, t - zaman, x_0 - işıqforun işləməsindən birinci addım anında növbədə olan maşınların sayıdır.

(1) tənliyinin t zamanına nəzərən həlli işıqforların yanmasının optimal zaman intervallarını təyin etməyə imkan verir. Lakin bu *böyük resurs tələb edən hesablama məsələsidir*. Hesablamaların *eyni anda* çoxsayda istiqamətlər və çoxsayda kəsişmələr üçün aparılmalı olduğunu, həmçinin qonşu kəsişmələrdə daxil olan və çıxan maşın axınlarının sinkronlaşdırılmasının labüdlüyünü nəzərə alsaq, hərəkətin modelləşdirilməsi üçün *paralel hesablamalardan* istifadə etmək məqsədəuyğun olar:

$$x_{0ij}^k = x_{0ij}^{k-1} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \left(\mu_{ij}^{k-1} \tau_{ij}^{k-1} + \Delta \lambda_{ij}^{k-1} T_{ij}^{k-1} \right) - \mu_{ij}^k t_{ij}^k, \quad \lambda_{ij}^k = \frac{x_{0ij}^k V_{D1}}{l_{ij}}. \quad (2)$$

burada x_{0ij}^k - cari i istiqamətində, cari j kəsişməsində $(k-1)$ addımdan sonra buraxılmayan maşınların sayı, r - kəsişməyə daxil olan istiqamətlərin sayı, μ_{ij}^{k-1} - $(k-1)$ addımda r istiqamətlərin hər biri üzrə seçilmiş kəsişməyə çıxan axınlardır. $(k-1)$ addımında daxil olan axınlardan istənilən maşın növbəti k addımında eyni ehtimalla r istiqamətlərindən birini seçə bilər,

buna görə də cəm işarəsi qarşısında $\frac{1}{r}$ əmsalı dayanır, T_{ij}^{k-1} - işıqforun iki ardıcıl yanması arasında seçilmiş istiqamətin işıqforla bağlanması müddətidir ("dayanma dövrüdür"). Eyni bir istiqamətin iki ardıcıl açılması arasındakı zaman intervalı "dayanma dövrü" olur ki, onun

T_{ij}^{k-1} kəmiyyəti dinamik şəkildə dəyişə bilər, $\Delta\lambda_{ij}^{k-1}$ - seçilmiş istiqamətdə seçilmiş düyünə daxil olan maşın axınlarının T_{ij}^{k-1} müddətində dəyişməsidir. Sutkanın istənilən anında şəbəkədə maşınların ümumi sayı sutkanın vaxtından asılı olan maşın sayı funksiyasına uyğundur. τ_{ij}^{k-1} - $(k-1)$ -ci addımda daxil olan istiqamətlərin açıq qalma müddətidir (bu zaman seçilmiş çıxış istiqaməti T_{ij}^{k-1} müddətində bağlı qalır), μ_{ij}^k - seçilmiş istiqamətdə k addımında çıxan axın, t_{ij}^k - k addımında işıqforun seçilmiş istiqaməti yandırmasına sərf edilən zaman intervalıdır (t zaman anına növbədə maşınların sayının L_{ij} ədədini aşmamasının $P(L_{ij}, x_0 / t)$ ehtimalını təyin etmək üçün tənliyin həlli zamanı tapılması tələb olunan kəmiyyətdir).

Məqalənin aktuallığı. Hal hazırda bütün səhərlər antropogen hava çirklənməsi problemi ilə ciddi şəkildə qarşılaşırlar. Mövcud təsnifata görə, şəhərlərdəki əsas hava çirkləndiriciləri sənaye müəssisələri və avtomobil nəqliyyatı ilə təmsil olunur. Şəhərsalma praktikasında ətraf mühitin keyfiyyətinə mənfi təsirlərin ən vacib və ən problemlə mənbələrindən biri, ən çox atmosfer havasını, xüsusilə də insanın nəfəs qatında, yəni alt səthdən 1,5-2 m yüksəkliyi çirkləndirən avtomobil nəqliyyatıdır. Avtomobil nəqliyyat vasitələri havanın çirklənməsinə mühüm töhfə verir. Ölkəmizdə orta hesabla zərərli maddələrin atmosfərə atılmasına nəqliyyat vasitələrinin töhvəsi 47% təşkil edir. Bu baxımdan məqalə məsələlərinə ciddi ekoloji problemlərə elmi baxış və yanaşma istiqamətindən aktuallıq kəsb edir.

Məqalənin elmi yeniliyi. Müşahidələr zamanı atmosfer havasının çirklənməsi və nəticədə ortaya çıxan kanserogen və xəstəliklər riskinin proqnozlaşdırılması metoduna baxılır. Atmosferin çirklənməsinin insanların sağlamlığı üçün yaratdığı risklərinin proqnozlaşdırılması ekoloji baxımdan mühüm əhəmiyyəti üzə çıxarılır.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Tədqiqat işinin böyük praktik əhəmiyyəti vardır. Bu nəzəriyyənin praktiki tətbiqi həyatın bir çox sahələri üçün son dərəcə vacibdir. Atmosferin çirklənməsinin insanların sağlamlığı üçün yaratdığı risklərinin proqnozlaşdırılması ekoloji baxımdan nəzərdən keçirilir. Havanın çirklənməsi ilə əlaqədar sağlamlıq riskini qiymətləndirməyin mühüm mərhələsi havadakı zərərli maddələrin konsentrasiyasının paylanması qiymətləndirilməsi praktiki və tətbiqi baxımdan əhəmiyyətlidir.

Ədəbiyyat

1. Шалманов, С.В. Эко-транспорт: учеб, пособие /– М.: МАДИ, 2018. –199.
2. Борисюк, Н. В. Автомобильно-дорожный комплекс в системе городской экологии / Н. В. Борисюк, С. М. Дмитриев // Экология и жизнь. - 2013. - № 1. - С.63-67.
3. Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков. // Автоматика и Телемеханика 2003, № 11, с. 3–46.
4. Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А., Холодов Я.А., Шамрай Н.Б. Введение в математическое моделирование транспортных потоков. Москва, Издательство МЦНМО, 2013.
5. Бродецкий, Г.Л. Экономико-математические методы и модели в логистике. Потоки событий и системы обслуживания [Текст] / Г. Л. Бродецкий. – М.: Академия, 2011. – 272 с.

Г.Ш. Гасанлы

Математическое моделирование транспортных потоков

Резюме

В соответствии с целью диссертации важным этапом оценки (прогнозирования) рисков для здоровья, связанных с загрязнением атмосферного воздуха, является оценка распределения концентрации вредных веществ в воздухе. В общем, оценка загрязнения воздуха может выполняться путем измерений или математического моделирования распределения концентрации в воздухе.

G.SH. Hasanli

Mathematical modeling of transport flows

Summary

In accordance with the purpose of the dissertation, an important stage in the assessment (forecasting) of health risks associated with air pollution is the assessment of the distribution of the concentration of harmful substances in the air. In general, the assessment of air pollution can be carried out by measurements or mathematical modeling of the concentration distribution in the air.

Redaksiyaya daxil olub: 01.03.2023