

RIYAZIYYATIN TƏDRİSİ METODİKASI
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ
METHODS OF TEACHING MATHEMATICS

UOT 372.851

CƏBRİN BİR ELM KİMİ YARANMA TARİXİ VƏ İNKİŞAF MEYLLƏRİ
HAQQINDA

Xumar Tofiq qızı Novruzova

Bakı Slavyan Universitetinin dosenti

ORCID: 0009-0007-1415-8457

E-mail: novruzovaxumar@gmail.com

Açar sözlər: cəbr, ali məktəb, cəbri sistem, tədris, tələbə

Ключевые слова: алгебра, высшая школа, алгебраическая система, образование, студент

Key words: algebra, high school, algebraic system, education, student

Ali məktəblərdə tədris olunan riyazi fənlər arasında cəbr xüsusi yer tutur. Əslində bu fənlə tələbələr artıq orta məktəbdən tanış olurlar. Tənliklərin və bərabərsizliklərin həlli, dəyişən kəmiyyətlərin hərfilərlə işarə edilməsi kimi məsələlərdən orta məktəb riyaziyyat kursunda istifadə edilir. N. Lobaçevskinin “Ciddi riyazi təlim cəbrdən başlayır” sözləri cəbrin rolu və əhəmiyyətini düzgün əks etdirir. Cəbr kursunda matris və determinantlar, xətti cəbri tənliklər sistemi, çoxhədlilər cəbri, qruplar nəzəriyyəsi, vektorlar cəbri, xətti fəzalar, kompleks ədədlər meydana gələn bir sıra məsələlərə baxılır. Son dövrlərdə cəbrin sürətli inkişafı baxılan məsələlər sisteminin dairəsini xeyli genişləndirmişdir.

Cəbrin bir elm kimi əsasını Məhəmməd Əl-Xarəzmi (780-850) qoymuşdur. IX əsrdə yazdığı cəbrə həsr olunmuş “Bərpaetmə və müqayisəetmə” kitabında çıxılan tənliyin bir tərəfindən digər tərəfinə keçirməyə “bərpaetmə”, məchulları tənliyin bir tərəfinə, məlumları isə o biri tərəfinə keçirməyə “müqayisəetmə” adı vermişdir. “Bərpaetmə” elə ərəbcə “əl-cəbr” deməkdir. Hərfi mənada cəbr sözü ərəbcədən tərcümədə məcburi, zorla icra olunan, əziyyət mənasını verir (1, s.5; 2, s.156; 3, s.15).

Qədim misirlilər cəbr haqqında biliklərini ədədi formada ifadə edirdilər. Bizə gəlib çatan papiruslarda praktik məzmunlu məsələlər həll edilirdi: torpaq sahələri, taxılın miqdarı, gəmilərin həcmlərinin hesablanması və s. məsələlərin həlləri misirlilərin iki papirusunda – Qolenişev və Rhind papiruslarında birinci dərəcəli tənliklər vasitəsilə verilmişdi. Həllin tapılmasında misirlilər əsasən seçmə üsulundan istifadə edirdilər. Sonralar həmin üsullardan XV və XVI əsrlərdə hind alimləri, islam dünyası riyaziyyatçıları da istifadə etmişdilər. Həmçinin XVI əsrdə italyan riyaziyyatçıları N.Tartalya, F.Çalandri, ispan riyaziyyatçısı Toskanın da bu üsullardan istifadə etdiyi məlumdur (4, s.11).

Qədim Babilistanda cəbrin inkişafında əhəmiyyətli irəliləyişlər əldə edilmişdi. Orada birinci, ikinci və hətta üçüncü dərəcəli tənliklər həll edilirdi. Xüsusi tənliklərin həlli üsulları babil-

lilərin birinci və ikinci dərəcəli tənliklərin həllinin tapılmasının ümumi qaydalarını da bildiklərini deməyə əsas verir. Babillilərin $x+y=b$ və $xy=c$ (b, c sabitlərdir) şəklində olan tənlikləri də həndəsi üsullarla həll etdiyi faktları var. Bütün tənliklər və onların həlli yolları sözlərlə ifadə edilirdi (4, s.12).

Cəbrin bir elm kimi yaranması tənliklərin həlli ilə bağlı olsa da, sonradan bu elmin inkişafı elə bir mərhələyə çatdı ki, cəbr bütün riyazi fənlərdə və hətta, bütün elmlərdə istifadə olunan metodları özündə cəmləşdirdi. Əsası IX əsrdə Əl-Xarəzmi tərəfindən qoyulan və P.Ferma, Ş.Laqranj, K.Qauss, C.Kardano, E.Qalua, N.Abel, A.Keli və başqaları tərəfindən inkişaf etdirilən cəbr elminin inkişaf tarixinin araşdırılması və cəbr dərslərində bu faktlardan istifadə edilməsi tələbələrdə maraq və motivasiya yarada bilər.

Qaluanın “Kökaltı ifadə daxil olan tənliklərin həllinin varlığı şərtləri haqqında memuar” adlı elmi məqaləsinin əsasında belə bir ideya dururdu: beşinci dərəcədən başlayaraq ixtiyari əmsallı tənliklərin həllinin varlığı tənliyin köklərinin əvəzləmələr qrupu ilə əlaqəlidir. Bununla da, cəbr elminə əvəzləmələr, qrup, halqa, meydan anlayışları daxil oldu. Lakin bütün bu anlayışlar Qaluanın ölümündən 15 il sonra, J.Luivillin sayəsində riyaziyyat elminə daxil edildi. Luivill Qaluanın işlərini dərc etdirməklə yanaşı, həm də bu işə dair öz mülahizə və fikirlərini də şərh etmişdi (5, s.51).

Cəbrin sonrakı inkişafı ədəd anlayışının genişlənməsi ilə əlaqədar olmuşdur. Tənliyin həlli prosesində mənfi ədədlərin alınmasını ilk əvvəllər insanlar mənasız hesab edirdilər. Bu baxımdan da XVII əsrdə yaşamış məşhur fransız riyaziyyatçısı və filosofu R.Dekartın cəbrin sürətlə inkişafı üçün gördüyü işlər təqdirə layiqdir. O, hərfi ifadələr və onlar üzərində əməl qaydalarını, ədəd oxunun nöqtələrindən istifadə etməklə mənfi və müsbət ədədlər üzərindəki əməlləri əsaslandırdı. Eyni zamanda ədədləri müstəvi üzərində göstərmək üçün R.Dekart koordinat sistemini tətbiq etdi. Bunun müqabilində də Dekartın vaxtından başlayaraq, tənliklər və hərfi ifadələr üzərindəki əməllər haqqındakı elm cəbr adlandırıldı (2, s.156).

XVIII əsrdə cəbrə aid yazılmış dərslilər sırasında Leonard Eylerin “Hesabdan rəhbərlik” dərslisi daha əhəmiyyətli əsər hesab olunur. 1767-ci ildə Peterburqda yazılan bu kitab Peterburqda 1768-ci ildə rus dilində, 1770-ci ildə isə alman dilində çap olunmuşdur. Həmin kitab XVIII və XIX əsrlərdə fransız (kitabın fransız dilində ilk tərcüməsi 1774-cü ildə J.L.Laqranjın (1736-1813) Diofant analizinə aid əlavələri ilə birlikdə çapdan çıxmışdı), ingilis və başqa dillərdə 30 dəfə, Avropa dillərində isə 6 dəfə (3 dəfə rusca) təkrar çap olunmuşdu (2, s.156-157).

Cəbr elementlərinin riyaziyyatın ibtidai kursuna daxil edilməsi orta məktəb təliminin əvvəlindən başlayaraq uşaqlarda cəbri ifadə (ədədi ifadə, hərfi ifadə), bərabərlik (ədədi bərabərlik, tənlik) kimi mühüm riyazi anlayışların mənimsədilməsinə yönəldilmiş sistemli iş aparmağa imkan verir. Hərflərlə tanışlıq və onların mücərrəd ədədi bildirən simvol kimi istifadəsi hesab nəzəriyyəsinin ilkin kursunda nəzərdən keçirilən bir çox məsələlərin ümumiləşdirilməsinə şərait yaradır.

Beləliklə, cəbr elmi tənliklər nəzəriyyəsinin meydana çıxan bir sıra məsələlərinin öyrənilməsi ilə təşəkkül tapmışdır. Belə hesab edirlər ki, cəbr elmi dörd əsas anlayışın üzərində qurulub: tənlik, ədəd, eynilik və funksiya (5, s.17).

Tədris prosesində tətbiq olunan yeni texnologiyalar ali təhsil müəssisələrində də tədris metodikasının dəyişdirilməsinə, İKT-dən, müasir üsul və metodlardan istifadəyə ehtiyac yaradır.

Tələbələr daha çox praktik həyatla, müasir informasiyalı cəmiyyətdə rast gəldikləri situasiyalarla bağlı məsələləri öyrənməyə maraqlıdırlar. Ona görə cəbrin tədrisində abstrakt xarakter daşıyan qrup, halqa, meydan, morfizm və s. kimi anlayışların öyrədilməsində bu amillər nəzərə alınmalıdır. Dərslərdə motivasiyanın yaradılması və anlayışların daha sadə, həyati situasiyalarla əlaqəli şəkildə izah edilməsi, İKT vasitələrinin rolu qeyd edilməlidir. Dünyanın bir çox universitetlərində tədris edilən Kompüter Cəbri dərsləri cəbrin müasir inkişaf istiqamətini əks etdirir. Bu kurslar cəbri anlayışların riyazi kompüter proqram paketləri – MatLab, Maple, Mathematica və s. vasitəsilə öyrədilməsinə əsaslanır.

A.P.Qoryuşkinin rus dilində olan abstrakt və kompüter cəbrinə həsr olunmuş dərslərində qeyd etdiyimiz anlayışlar daha aydın və izahlı şəkildə verilir (6, s.144):

Anlayışın izahına cəbrin tərfi ilə başlanılır: cəbr əməliyyatların təyin olunduğu çoxluqdur. Əgər A çoxluğunda f_1, f_2, \dots, f_n əməliyyatları verilibsə, A cəbri aşağıdakı kimi işarə edilir:

$$A = \langle A; f_1, f_2, \dots, f_n \rangle$$

A çoxluğunda əməliyyatlardan başqa, R_1, R_2, \dots, R_n münasibətləri də verilə bilər:

$$A = \langle A; f_1, f_2, \dots, f_n, R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$$

Bu halda A sistemi riyazi və ya cəbri sistem adlanır. Məsələn, natural ədədlər çoxluğu toplama və vurma əməlləri ilə $\langle \mathbb{N}; +, \cdot \rangle$ cəbr əmələ gətirir. Bu sistem nizam münasibəti və bölünmə münasibəti ilə cəbri sistemə çevrilir: $\langle \mathbb{N}; +, \cdot, \leq, / \rangle$. Əməliyyatlar və münasibətlərin simvolları siqnatura adlanır. Məsələn, $\langle \mathbb{N}; +, \cdot, \leq, / \rangle$ cəbri sisteminin siqnaturasını $\{+, \cdot, \leq, / \}$ təşkil edir. Əməliyyatlar münasibətlərin xüsusi hallarıdır. Ona görə də, cəbrlər və cəbri sistemlər modellərin xüsusi halıdır. Müəllif bu anlayışları daxil etdikdən sonra, belə bir məsələ qoyur: bəzən görünüşünə görə müxtəlif elementlərdən ibarət olan sistemlər əslində mahiyyətə eyni bir riyazi sistemi ifadə edir. Məsələn, toplama əməli ilə verilən \mathbb{N} natural ədədlər sistemini ənənəvi qaydada belə yazmaq olar:

$$\mathbb{N}_1 = \langle \{1, 2, 3, \dots\}; + \rangle$$

Roma rəqəmlərindən istifadə edərək, bu sistemi aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$\mathbb{N}_2 = \langle \{I, II, III, \dots\}; \text{summa} \rangle$$

Həm birinci, həm də ikinci yazılış eyni bir cəbri sistemi göstərir. Başqa sözlə, bu yazılışlar eyni bir obyektin müxtəlif dillərdə təsviridir. Bir dildən o biri dilə keçid qaydasını verən lüğətdən istifadə etsək, \mathbb{N}_1 və \mathbb{N}_2 sistemləri arasında qarşılıqlı birqiyəmətli f uyğunluğunu almış olarıq.

$$f(1)=I, f(2)=II, f(3)=III, f(4)=IV, f(5)=V, f(6)=6, f(7)=VII \dots$$

f uyğunluğu toplama əməli ilə birlikdə verilir. Əgər x elementi $f(x)$ -ə, y elementi isə $f(y)$ -ə keçirsə, $x+y$ elementi $(f(x) \text{ summa } f(y))$ -ə keçir. Başqa sözlə desək, birinci sistemin bütün x və y elementləri üçün aşağıdakı eynilik ödənilir:

$$f(x+y) = f(x) \text{ summa } f(y)$$

Beləliklə, \mathbb{N} natural ədədlər çoxluğu hansı dildə verilməsindən asılı olmayaraq öz xassələrini saxlayır. \mathbb{N}_1 və \mathbb{N}_2 \mathbb{N} çoxluğunun eyni formaya və mahiyyətə malik olan iki modelidir. Riyazi dildə desək, bu cəbrlər izomorfdur (6, s.144).

Anlayışın bu formada izahından sonra riyazi proqram paketi olan Maple proqramında qruplar nəzəriyyəsinin məsələlərinə baxılır.

Cəbr elmi praktik tapşırıqların həllinə, həyatımızın bütün sahələrinə aid olan müxtəlif məz-

munlu məsələlərin araşdırılmasına xidmət edir. Müasir cəbrin əsas bölməsi olan qruplar nəzəriyyəsi və ya abstrakt cəbrin əsasında ümumilik ideyası durur. Bu ideyaya görə, baxılan çoxluğun elementləri konkret olaraq heç bir adla adlandırılmır, daha doğrusu, onların ədəd, matris, funksiya, insan, bitki və s. olmasının heç bir əhəmiyyəti yoxdur. Əsas olan odur ki, bu elementlər və elementlərin əmələ gətirdiyi çoxluqda təyin olunan əməliyyat onlar üçün ümumi olan müəyyən xassələrə malik olsun. Deməli, cəbrdə hərflərdən, simvolik işarələrdən istifadə edərək müxtəlif təbiətli obyektlər arasında ümumi cəhətləri aşkar etmək, bunun nəticəsində isə ümumi qanunauyğunluqları həmin obyektlər qrupuna tətbiq edərək səmərəli həll üsullarını almaq olar. Bu baxımdan tibb, iqtisadiyyat, psixologiya, maliyyə, kosmik araşdırmalar, rəssamlıq, memarlıq və s. kimi müxtəlif sahələrə aid məsələlərin həllində cəbri metodlardan istifadə edilir. Təsədüfi deyildir ki, fransız riyaziyyatçısı Anri Puankare riyaziyyatı müxtəlif obyektlərə eyni ad vermək sənəti adlandırmışdır.

Problemin aktuallığı. Riyaziyyat müəllimi hazırlığında cəbr fənninin tədrisi prosesinin ən optimal şəkildə təşkil edilməsi yollarını düzgün müəyyən etməklə təhsilalanlara onların maraq və meyllərinə uyğun biliklərin verilməsi məsələsini də həll etmiş olarıq. Bu isə müasir dövrdə şagirdyönlülük və tələbəyönlülük prinsiplərinin əsas tələbidir.

Problemin elmi yeniliyi. Məqalədə ali təhsil müəssisələrində əsas riyazi fənlərdən biri olan cəbrin tədrisində müasir təlim texnologiyaları, yeni dərs modelləri ilə qurulan metodik sistemin zəruriliyi göstərilir.

Problemin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Ali təhsil müəssisələrində cəbr fənninin tədrisində müasir təlim texnologiyalarından, İKT vasitələrindən və eyni zamanda bu elmin tarixi inkişafına aid materiallardan istifadə edilməsi tədris prosesini daha səmərəli qurmağa, tələbələrə bu fənnin mənimsədilməsi ilə bağlı çətinlikləri aşmağa və motivasiya yaratmağa kömək edəcək.

Ədəbiyyat

1. Əkbərov M.S. Cəbrdən mühazirələr. Bakı: Nurlar, 2001, 369 s.
2. Nəbiyev H.M. Məktəblinin izahlı riyaziyyat lüğəti. Bakı: Maarif, 1983, 160 s.
3. Файзуллаев А.Ф. Научное творчество Мухаммада Ал-Хорезми. Ташкент: Фант, 1983, 33 с.
4. Uçak F.S. Soyut cebir dersi veren ögretim elemanlarının ögretim uygulamaları: yüksek lisans tezi. Konya, 2019, 99 s.
5. Пичурин Л.Ф. За страницами учебника алгебры. Москва: Просвещение, 1989, 223 с.
6. Горюшкин А.П. Абстрактная и компьютерная алгебра. Москва: Юрайт, 2023, 691 с.

Х.Т. Новрузова

История науки алгебры и современные тенденции развития

Резюме

В статье представлена краткая история развития алгебры как науки и современные

тенденции ее преподавания. Алгебра является важным математическим предметом в подготовке будущих учителей математики в педагогических вузах. Современная алгебра изучает такие понятия, как группы, кольца, поля, алгебраические структуры. Используя такие структуры, математика создает общие правила и системы для всех отраслей науки и жизни.

Kh.T. Novruzova

**History of the science of algebra and modern development trends
Summary**

The article shows a brief history of the development of algebra as a science and modern teaching tendencies. Algebra is an important mathematical subject in the training of future teachers of mathematics in pedagogical universities. Modern algebra studies such concepts as groups, rings, fields, algebraic structures. Using such structures, mathematics creates general rules and systems for all branches of science and life.

Redaksiyaya daxil olub: 01.10.2024